TurboIEG.com

Continuous change

دفتر :
رياضيات تطبيقية
Applied Mathematics

للطالب : ميّار البواب

اللجنة الأكاديمية لقسم الهندسة الصناعية

2023

* complex number → $\underset{\text{real}}{x} + \underset{\text{IMaginary}}{iy}$

* 2 complex num are equal iff Re (Z) = and IM (Z) =

* addition $[z_1 + z_2]$

$(x_1+iy_1) + (x_2+iy_2) = (x_1+x_2) + i(y_1+y_2)$

* substraction $[z_1 - z_2]$

$(x_1+iy_1) - (x_2+iy_2) = (x_1+x_2) - i(y_1+y_2)$

* multiplication $[z_1 z_2]$ normal

$(x_1+iy_1)(x_2+iy_2) = x_1x_2 + iy_2x_1 + iy_1x_2 + i^2y_1y_2$

$= (x_1x_2 - y_1y_2) + i(y_2x_1 + y_1x_2)$

$[c(x+iy)]$ scalar

$= cx + icy$

* division $\left[\frac{z_1}{z_2}\right]$

$\frac{x_1+iy_1}{x_2+iy_2} \cdot \frac{x_2-iy_2}{x_2-iy_2}$ → Conjegate عكس إشارة الـ y

Scanned with CamScanner

* rectangle $\begin{cases} x = r\cos\theta \\ y = r\sin\theta \end{cases}$ $\boxed{z = x + iy}$

* polar $r = \sqrt{x^2+y^2}$ $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$ $\boxed{z = re^{i\theta}}$

* Abs = Mag = Mod * Arg

* arg = Arg ± $2\pi n$

* Euler formula $e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$

$$\begin{array}{c|c} \pi-\theta & \theta \\ \hline -\pi+\theta & -\theta \end{array}$$

$z_1 = r_1 e^{i\theta_1}$

$z_2 = r_2 e^{i\theta_2}$

* multplication

$= r_1 r_2 e^{i(\theta_1+\theta_2)}$

$= r_1 r_2 [\cos(\theta_1+\theta_2) + i\sin(\theta_1+\theta_2)]$

* division

$= \frac{r_1}{r_2} e^{i(\theta_1-\theta_2)}$

$= \frac{r_1}{r_2} [\cos(\theta_1-\theta_2) + i\sin(\theta_1-\theta_2)]$

* power $[(x+iy)^n]$ → Integer

complex

$= (re^{i\theta})^n = r^n e^{i\theta n} = r^n [\cos\theta n + i\sin\theta n]$

$e^{i\theta n} = e^{j\theta n}$

$e^{i\theta n} = [e^{i\theta}]^n$

$\cos\theta n + i\sin\theta n = [\cos\theta + i\sin\theta]^n$

* Roots $[\sqrt[n]{x+iy}]$

$n = 3$ $\sqrt[n]{r}\left[\cos\left(\frac{\theta+2\pi k}{n}\right) + i\sin\left(\frac{\theta+2\pi k}{n}\right)\right]$

$k = 0, 1, 2$ 0 → first root

$r =$ 1 → Second root

2 → third root

$\theta =$

Rules

- $z\bar{z} \Rightarrow x^2 + y^2$
- $Re(z) \Rightarrow x = \frac{z+\bar{z}}{2}$
- $IM(z) \Rightarrow y = \frac{z-\bar{z}}{2i}$
- $z + \bar{z} = 2x$
- $z - \bar{z} = i2y$
- $|Re(z)| \leq |z|$
- $|IM(z)| \leq |z|$
- $|z_1+z_2|^2 + |z_1-z_2|^2 = 2[|z_1|^2 + |z_2|^2]$

* exponential of complex number

- $e^z = e^x \cos y + i e^x \sin y$
- $|e^z| = e^x$
- $\theta = \tan^{-1}\frac{y}{x} = Arg(z) = y$
- $\arg(e^z) = y \pm 2\pi n$

Trigonometric		hyperbolic	
- $\cos(z) = \frac{e^{iz}+e^{-iz}}{2}$	$\sec(z)$	- $\cosh(z) = \frac{e^z+e^{-z}}{2}$	$\mathrm{sech}(z)$
- $\sin(z) = \frac{e^{iz}-e^{-iz}}{2i}$	$\csc(z)$	- $\sinh(z) = \frac{e^z-e^{-z}}{2}$	$\mathrm{csch}(z)$
- $\tan(z) = \frac{e^{iz}-e^{-iz}}{i(e^{iz}+e^{-iz})}$	$\cot(z)$	- $\tanh(z) = \frac{e^z-e^{-z}}{e^z+e^{-z}}$	$\coth(z)$
- $\cos(z)' = -\sin(z)$		- $\cosh(z) = \sinh(z)$	
- $\sin(z)' = \cos(z)$		- $\sinh(z) = \cosh(z)$	
- $\tan(z)' = \sec^2(z)$			

① $\cos(iz) = \cosh(z)$

② $\sin(iz) = i\sinh(z)$

③ $\cosh(iz) = \cos(z)$

④ $\sinh(iz) = i\sin(z)$

* $iz = i[x+iy]$
$= ix + i^2y$
$= -y + ix$

* $\frac{z}{i} = \frac{z}{i} \cdot \frac{-i}{-i} = \frac{-zi}{-i^2} = -zi$

$-i[x+iy] = -ix - i^2y$
$= y - ix$

سالب ←

* $\cos(Z) = \cos(x+iy)$
$= \cos x \cosh y - i \sin x \sinh y$
cos sin

* $\sin(z) = \sin(x+iy)$
$= \sin x \cosh y + i \cos x \sinh y$
sin cos cos sin

* $\sin^2(Z) + \cos^2(Z) = 1$

* $\sin(Z_1)\cos(Z_1) = \frac{1}{2}\left[\sin(Z_1+Z_2) + \sin(Z_1-Z_2)\right]$

* $\cosh(z) = \cosh(x+iy)$
$= \cosh x \cos y + i \sinh x \sin y$

* $\sinh(z) = \sinh(x+iy)$
$= \sinh x \cos y + i \cosh x \sin y$

* $\cosh^2(z) - \sinh^2(z) = 1$

* $\cosh^2(z) + \sinh^2(z) = \cosh(2z)$

* $|\cos(z)|^2 = \cos^2 x + \sinh^2 y$

* $|\sin(z)|^2 = \sin^2 x + \sinh^2 y$

* $\cos(Z_1 \pm Z_2) = \cos Z_1 \cos Z_2 \mp \sin Z_1 \sin Z_2$

* $\sin(Z_1 \pm Z_2) = \sin Z_1 \cos Z_2 \pm \sin Z_2 \cos Z_1$

* logarithm

* $\ln[Z] = \ln[x+iy] = \ln[re^{i\theta}]$
$= \ln[r] + \ln[e^{i\theta}]$
$= \ln[r] + i\theta \ln e$
$= \ln r + i\theta$

$r = \sqrt{x^2+y^2}$ $\quad \tan^{-1}(\frac{y}{x}) \pm 2\pi n$

* principle value $\ln(Z) \to Ln(Z)$

* عدد الدورات = صفر

① $Ln(Z) = \ln(Z) + i\,Arg(Z)$

② $\ln(Z) = Ln(Z) \pm 2\pi n i$

* $\ln(Z_1 Z_2) = \ln(Z_1) + \ln(Z_2)$
* $\ln\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right) = \ln(Z_1) - \ln(Z_2)$
* $[\ln Z]' = \frac{1}{Z}$

* General Power

$\to Z^c = e^{\ln(Z)^c} = e^{c\ln(Z)}$

$\to \ln(Z) = \ln r + i\theta \left\langle \begin{matrix} r \\ \theta \end{matrix} \right.$

$\to$ ضرب

$\to e$

* في حالة $(Z)^Z$
نفس الخطوات +

$e^{x_3} e^{iy_3}$
$e^{x_3}[\cos y_3 + i\sin y_3]$

* $\tan^{-1}\left(\frac{\text{سالب عدد}}{\text{سالب عدد}}\right) = -\pi+\theta$

↓

ربع ثالث

لما يكون اعدد منطلع الناتج بعين متحدد الربع

* $\tan^{-1}\left(\frac{\text{سالب عدد}}{\text{عدد}}\right) = -\theta$

↓

ربع رابع

* $\tan^{-1}\left(\frac{\text{عدد}}{\text{سالب عدد}}\right) = \pi-\theta$

↓

ربع ثاني

* $\tan^{-1}\left(\frac{\text{عدد}}{\text{عدد}}\right) = \theta$

لما يكون صفر نركز عالمحاور

y

* $\tan^{-1}\left(\frac{\text{سالب عدد}}{0}\right) = -\frac{\pi}{2}$

* $\tan^{-1}\left(\frac{0}{\text{سالب عدد}}\right) = \pi$

* $\tan^{-1}\left(\frac{0}{\text{عدد}}\right) = 0 / 2\pi$

* $\tan^{-1}\left(\frac{\text{عدد}}{0}\right) = \frac{\pi}{2}$

Matrix

* الأعداد داخل الماتركس تسمى elements
* أحد تطبيقات الماتركس حل المعادلات الخطية

$4x_1 + 6x_2 + 9x_3 = 6$

$6x_1 - 2x_3 = 20$

$5x_1 - 8x_2 + x_3 = 10$

$A = \begin{bmatrix} 4 & 6 & 9 \\ 6 & 0 & -2 \\ 5 & -8 & 1 \end{bmatrix}$ $\tilde{A} = \begin{bmatrix} 4 & 6 & 9 & 6 \\ 6 & 0 & -2 & 20 \\ 5 & -8 & 1 & 10 \end{bmatrix}$ ← مع الاجابات

Augmenred Matrix

* يجب أن نشير إلى الماتركس بـ أحرف كبيرة A و B و C أو $A = [a_{jk}]$

عدد الصفوف ، عدد الأعمدة

* $m \times n$ ← size

عدد الصفوف ، عدد الاعمدة

* $m = n$ ← squar matrix (الطول والعرض متساويات) $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$
  $m \neq n$ ← rectangular matrix $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}$
* $A = B$ ← جميع elements متساوية
* diagonal ← قطر الماتركس a_{11} و a_{22} و a_{33} $\begin{bmatrix} a_{11} & - & - \\ - & a_{22} & - \\ - & - & a_{33} \end{bmatrix}$
* vector matrix ← ① one row $[a_1\, a_2\, a_3]$
  ② one column $\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}$

* جمع

شرط جمع الماتركس نفس الحجم Same size

* الضرب بثابت

يتم ضرب الرقم بجميع ال elements ($\frac{10}{9}A$ و $0A$ و $-1A$)

← قواعد للضرب بثابت

① $(A+B)c = Ac+Bc$

② $(c+k).A = cA+kA$

③ $1A = A$

④ $(ck)A = ckA$

← قواعد الجمع

① $A+B = B+A$

② $A+(B+C) = (A+B)+C$

③ $A+0 = A$

④ $A+-A = 0$

* الضرب

شرط ضرب الماتركس العمود في الماتركس الاول يساوي الصف في الماتركس الثاني

$A \Rightarrow [m*n]$

$B \Rightarrow [n*p]$

$> n=n \;/\; m*p$

↓

New Matrix

$$\begin{bmatrix} a & a & a \\ a & a & a \end{bmatrix}$$

$m*p$

* $AB=0$

مش شرط أن يكون

$A=0$

$B=0$

$BA=0$

← قواعد الضرب

① $(KA)B = K(AB) = A(KB)$

② $A(BC) = (AB)C$

③ $(A+B)C = AC+BC$

④ $C(A+B) = CA+CB$

* Transposition

يصبح الصف عمود

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \Rightarrow A^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{bmatrix}$$

← قواعد ال Transposition :

1. $(A^T)^T = A$
2. $(A+B)^T = A^T + B^T$
3. $(cA)^T = cA^T$
4. $(AB)^T = B^T * A^T$

$AB \neq BA$

→ Symmetric

$A^T = A$

بعد ال Transposition بيجيب نفسها

→ skew - symmetrix

$A^T = -A$

بعد ال Transposition تُعكس الأشارة

→ upper triangular

بالنسبة للأرقام

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

→ lower triangular

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 7 & 6 & 8 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 9 & -3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 9 & 3 & 6 \end{bmatrix}$$

* Diagonal matrix

قطر بأرقام مختلفة

$$D = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

* scalar matrix

قطر بأرقام متشابهة

$$S = \begin{bmatrix} c & 0 & 0 \\ 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix}$$

* Unit, identity matrix

قطر برقم واحد

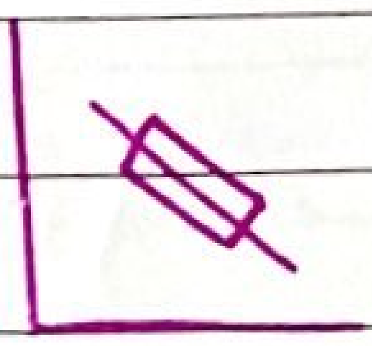
$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$AI = IA = A$$

* يوجد ٣ حالات للأجوبة :

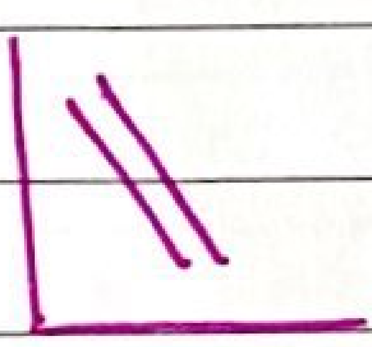
① Infinity many solution

عدد المجاهيل أقل من عدد المعادلات

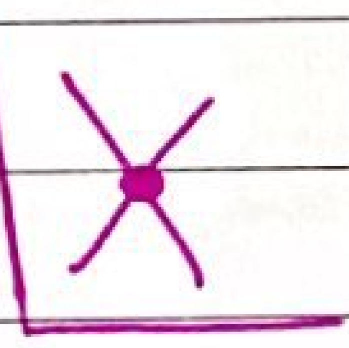


② No solution

عدد = صفر



③ one solution



عدد المجاهيل أكبر من عدد المعادلات.

⊛ A linear system is called
- over determined [$m > n$] — one solution
- determined [$m = n$] — No solution
- Underdetermined [$m < n$] — Infinity many solution.

⊛ A linear system is called
- consistent — [one solution / I.M.S
- inconsistent — no solution

m: عدد معادلات

n: عدد مجاهيل

$\boxed{1}$ Unique solution $r=n$

تحت اخر صف ما تصفر لازم يكون صفر

$\boxed{2}$ I.M.S $r<n$

تحت اخر صف ما تصفر لازم يكون صفر

$\boxed{3}$ No solution $r<m$

تحت اخر صف ما تصفر لازم يكون ارقام

r: عدد الصفوف الي ما تصفرت

m: عدد المعادلات

n: عدد المجاهيل

$r=n \leftarrow$ one solution $\rightarrow$ $m>n$ over determined

$r<m \leftarrow$ No solution $\rightarrow$ $m=n$ determined

رقم

$r<n \leftarrow$ Infinity many solution $\rightarrow$ $m<n$ under determined

Five Apple

Scanned with CamScanner

* Rank of matrix

① غاوس

② rank = عدد الصفوف التي لم تصفر

* ملاحظات *

1- Rank = vector → Independent ← إذا لم يكن هناك أي صف صفري بعد غاوس
   Rank < vector → dependent

الأول
د الاول

2- A and A^T have the same rank.

3- . Unique solution → rank (A) = rank ($\tilde{A}$) = n ← عدد المجاهيل

. I.M.S → rank (A) = rank ($\tilde{A}$) < n

. no solution → rank (A) ≠ rank ($\tilde{A}$)

① $\begin{bmatrix} 2 & 5 & 2 \\ -4 & 3 & -30 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 5 & 2 \\ 0 & 13 & -26 \end{bmatrix}$

* rank = 2 / vector = 2
* Ind
* n = 2 , rank(A) = rank($\tilde{A}$) = 2
⇒ Unique solution

② $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 10 & 25 & 90 \\ 20 & 10 & 0 & 8 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 10 & 25 & 90 \\ 0 & 0 & -95 & -190 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

* Rank = 3 / vector 4
* dep
* n = 3 , rank (A) = rank ($\tilde{A}$) = 3
⇒ Unique solution

③ $\begin{bmatrix} 3 & 2 & 2 & -5 & 8 \\ 0.6 & 1.5 & 1.5 & -5.4 & 2.7 \\ 1.2 & -0.3 & -0.3 & 2.4 & 2.1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 3 & 2 & 2 & -5 & 8 \\ 0 & 1.1 & 1.1 & -4.4 & 1.1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

* rank = 2 / vector = 3
* dep
* rank(A) = rank ($\tilde{A}$) = 3   n = 4
⇒ IMS

④ $\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ 6 & 2 & 4 & 6 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 12 \end{bmatrix}$

* rank = 3 / Vector = 3
* Ind
* $\underset{2}{\text{rank}(A)} \neq \underset{3}{\text{rank}(\tilde{A})}$

$\Rightarrow$ No solution.

* linear Indep and dep

① if $c_1 = c_2 = c_m = 0$ "linearly Indep"

② if one c not Zero "linearly dep"

* $n < p$ "linear dep"

$n \downarrow$ component, $p \downarrow$ Vector

* Determinates ← لازم تكون square

second → $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = (a_{11}a_{22}) - (a_{12}a_{21})$

Third → $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}\,(a_{22}a_{33}) - (a_{23}a_{32})$

$-$

$a_{12}\,(a_{21}a_{33}) - (a_{23}a_{31})$

$+$

$a_{13}\,(a_{21}a_{32}) - (a_{22}a_{31})$

Tringular, diagonal, scalar, Identy

→ فقط نضرب قطر المصفوفة

Five Apple

Scanned with CamScanner

* **minors**   هو عبارة عن تغطية الصف و العمود من ال Determine

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

→ $m_{11} = \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$ و m_{12} و m_{21} و m_{13} و m_{31} و .....

غطي الصف الاول
و العمود الاول
واكتب الباقي

* **cofactors.**   هو عبارة عن بس minors
فردي ← سالب
زوجي ← موجب

$$C_{jk} = (-1)^{j+k} M_{jk}$$

$$\begin{matrix} + & - & + \\ - & + & - \\ + & - & + \end{matrix}$$

→ $C_{11} = (-1)^{1+1} = (-1)^2 = 1 = M_{11}$

قيم J و K
وتطبيق القانون

→ $C_{12} = (-1)^{1+2} = (-1)^3 = -1 = -m_{12}$

→ $C_{13} = (-1)^4 = 1 = m_{13}$

→ $C_{21} = (-1)^{2+1} = (-1)^3 = -m_{21}$

Five Apple

* Cramer's Rule

① $a_{11} x_1 + a_{12} x_2 = b_1$

② $a_{21} x_1 + a_{22} x_2 = b_2$

$$x_1 = \frac{D_1}{D}$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix}$$

* نشيل معاملات x_1 ونحط الأجوبة.

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$$

$$x_2 = \frac{D_2}{D}$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix}$$

* بنشيل معاملات x_2 ونحط الاجوبة.

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$$

← لو ٣ او ٤ او ٥ نفس الاشي

all $b_j = 0$

* if the system is homogeneous and $D \neq 0$
Then the solution
$x_1 = 0$, $x_2 = 0$, $x_n = 0$

* إذا تم تبديل صف بدل صف تضرب قيمة det ب -1

$$\begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 6 & 4 & 0 \\ -1 & 2 & 5 \end{bmatrix} = -3 * 4 * 5 = -60 \rightsquigarrow \begin{bmatrix} 6 & 4 & 0 \\ -3 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 5 \end{bmatrix} = +60$$

* قيمة det لا تتغير بعد عملية غاوس
* إذا تم ضرب صف ب ثابت فان قيمة ال det تساوي قيمتها قبل ضرب الثابت مضروبة بالثابت

$$\begin{bmatrix} -6 & 0 & 0 \\ 6 & 4 & 0 \\ -1 & 2 & 5 \end{bmatrix} = -6 * 4 * 5 = -120 \quad \text{or} \quad 2 * -60 = -120$$

* $\det cA = c^n \det A$ ← عدد الصفوف

$$2 * \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 6 & 4 & 0 \\ -1 & 2 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 & 0 & 0 \\ 12 & 8 & 0 \\ -2 & 4 & 10 \end{bmatrix} \rightsquigarrow 6 * 8 * 5 = -480$$

او

$$2^3 * -60 = 8 * -60 = -480$$

* عملية Transposition لا تؤثر على قيمة det

$$\begin{bmatrix} -3 & 6 & -1 \\ 0 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} = -3 * 4 * 5 = -60$$

* اذا كان صف او عمود كامل يساوي صفر فان det تساوي صفر.

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 12 & 8 & 0 \\ -2 & 4 & 10 \end{bmatrix} = 0$$

* اذا كان صف من الصفوف يساوي صف وضربنا هذا الصف بثابت فان قيمة det تساوي صفر.

$$\begin{bmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 6_{3\times2} & 8_{4\times2} & 10_{5\times2} \\ 7 & 13 & 2 \end{bmatrix} = 0$$

* اذا طلب determine 4x4 نحل غاوس ثم يطلع Triangle نضرب بقطر

non sin < rank = n, det A ≠ 0

sin X

Inverse → square

* Inverse of Matrix

- the matrix must be square and one inverse

- $AA^{-1} = A^{-1}A = I$ $\quad AB \neq BA$

- matrix < Inverse → non singular Matrix ; no-inverse → singular Matrix

- matrix has an inverse if rank = n

  if $\det A \neq 0$

* Inverse

1- 2×2

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A}[c]^T \rightarrow \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$$

قلّب
سلّب

$(3*4)-(2*1)$

2- above

نلغي
det 2x2

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A}[c]^T \rightarrow \begin{bmatrix} + & - & + \\ - & + & - \\ + & - & + \end{bmatrix}$$

نلغي و det 2x2

$c_{11} =$ $\quad c_{21} =$ $\quad c_{31} =$

$c_{12} =$ $\quad c_{22} =$ $\quad c_{32} =$

$c_{13} =$ $\quad c_{23} =$ $\quad c_{33} =$

$-1(-4-3)-1(12+1)+2(9-1)$

3- diagonal

نقلب الأرقام

* properties of Matrix operations:

1- $(AC)^{-1} = C^{-1}A^{-1}$

2- $(AC\ldots PQ)^{-1} = Q^{-1}P^{-1}\ldots C^{-1}A^{-1}$

3- $AC = AD \Rightarrow C = D$ ليس بالضرورة

if $\operatorname{rank}(A) = n$

$AC = AB \Rightarrow C = B$

4- $AB = 0 \Rightarrow A = 0$ و $B = 0$ ليس بالضرورة

if $\operatorname{rank}(A) = n$

$AB = 0 \Rightarrow B = 0$

5- $A, B \Rightarrow (n \times n)$

if A is non-inverse (singular)

BA and AB non-inverse (singular)

6- $A, B \Rightarrow (n \times n)$

$\det(AB) = \det(BA) = \det A \cdot \det B$

* solving linear equation using Matrix inverse

1- $Ax = b$

2- $\underline{\underline{x}} = \underline{\underline{A^{-1}}}b \longrightarrow \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad \frac{1}{\det(A)} [C]^T$

* adjoint Matrix

$\operatorname{adj}(A) = C^T$

$A(\operatorname{adj}A) = \det(A)\, I$

Scanned with CamScanner

1- eigen value = $|A - I\lambda| = 0$
- symm $\rightarrow$ real
- skew symm $\rightarrow$ imaginary / 0
- orthogonal $\rightarrow$ real / 1 / $|\pm 1|$

$-\lambda \; -\lambda \; -\lambda$
$\lambda = r$
$\vec{G}$
x

2- $A = R + S$

$R = \frac{1}{2}(A + A^T)$ $\quad S = \frac{1}{2}(A - A^T)$

3- $\hat{A} = P^{-1} A P$ (similar)

eigen value $\lambda\hat{A} = \lambda A$

eigen vectore $P^{-1}x$ $\quad x$

4- $D = X^{-1} A X$
$A = X D X^{-1}$
eigen vector

---

* Dot product

$a \cdot b = |a|\,|b| \cos\theta$

inner dot — length — angle

* Cross product

$a \times b = |a|\,|b| \sin\theta$ $\quad \hat{i} \; \hat{j} \; \hat{k}$

perpendicular

---

* parallelpiped

$V = |\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})|$ / |Matrix 3x3|

$A = |\vec{b} \times \vec{c}|$

cross

* tetradon

$V = \frac{1}{6} |\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})|$ / |Matrix|

∇f * Grad $[x', y', z']$

$\nabla^2 f$ * Lap $[x'', y'', z'']$

$\rightarrow'$ * Direct Der $\frac{a}{|\vec{a}|}$ Grad

* CurL

$$\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{d}{dx} & \frac{d}{dy} & \frac{d}{dz} \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix}$$

* Div

Grad
+
تعويض